解答

(1) 点Cを位置エネルギーの基準とする．力学的エネルギー保存の法則より

$mgr + 0 = 0 + \frac{1}{2}m{v_0}^2$　これを解いて $v_0 = \sqrt{2gr}$

(2) 点Dを位置エネルギーの基準とする．点Dは点Cより $r(1-\cos\theta)$ 高いので，力学的エネルギー保存の法則より

$mgr(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}m{v_0}^2 = 0 + \frac{1}{2}m{v_1}^2$

(1) の結果を用いて $v_1 = \sqrt{gr(3-\cos\theta)}$

(3) 小物体P上の観測者からみた，点Dにおける円の法線方向の力のつりあいを考える．

小物体Pにはたらく遠心力を F とすると，

$N + F - mg\cos\theta = 0 \cdots$①

$F = m\frac{{v_1}^2}{r} \cdots$②

①，②および (2) の結果を用いて，$N = mg(4\cos\theta - 3)$

(4) 軌道から小物体Pが離れるとき，$N = 0$ である．

(3) の結果を用いて $mg(4\cos\theta - 3) = 0$　これを解いて $\cos\theta = \frac{3}{4}$