

問題

数列  $\{a_n\}$  は  $a_{n+1} = 2a_n + 2$ ,  $a_1 = 0$  を満たす.

イ, オ, シ, セ, ト, 又 には, 正しいものを1つ選べ.

①  $2n - 1$

②  $n - 2$

③  $n - 1$

④  $n$

⑤  $2n$

⑥  $n + 1$

⑦  $n + 2$

⑧  $2n + 1$

(1)  $a_n =$  ア <sup>イ</sup>  $-$  ウ であり,  $\sum_{k=1}^n a_k =$  エ <sup>オ</sup>  $-$  カ  $n -$  キ である.

(2)  $b_{n+1} = 2b_n + a_n$ ,  $b_1 = 2$  を満たす数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよう.

$c_n = \frac{b_n}{2^n}$  とおくと,  $c_1 =$  ク,  $c_{n+1} = c_n + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} - \frac{\text{サ}}{2^{\text{シ}}}$  を満たす.

したがって  $c_n = \frac{\text{ス}}{2^{\text{セ}}} + \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}n + \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$  であるから,  $b_n = (n - \text{テ})2^{\text{ト}} + \text{ナ}$  である.

(3)  $d_n = b_n - \text{ナ}$  とする.  $S_n = \sum_{k=1}^n d_k$  とすると,  $S_n$  は  $S_n - 2S_n$  を考えることにより

$S_n = (n - \text{ニ}) \cdot 2^{\text{ヌ}} + \text{ネ}$  であるから,

$T_n = \sum_{k=1}^n b_k$  とすると,  $T_n = (n - \text{ノ}) \cdot 2^{\text{ハ}} + \text{ヒ} + \text{フ}n$  である.