解説

微積で平方完成が必要なことはまずない(無駄なことしない)

$(6x-6)(x-a)$ にしないように注意

(1) $y=3x^2-6x+3$ より $y'=6x-6$

$x=a$ のとき $y'=6a-6$ だから ℓ の方程式は

$y-(3a^2-6a+3)=(6a-6)(x-a)$

$y=(6a-6)x-(6a-6)a+(3a^2-6a+a)$

$y=(6a-6)x-3a^2+3$

むやみに展開しない

接線の求め方(**必ず3段階**)
①微分する
②微分係数(傾き)を求める
③公式を使う

曲線 $y=f(x)$ の点 $(a,\ f(a))$ における接線の方程式

$y=f(a)=f'(a)(x-a)$

x軸との交点⇔y＝0

(2) $y=(6a-6)x-3a^2+3$ において $y=0$ より

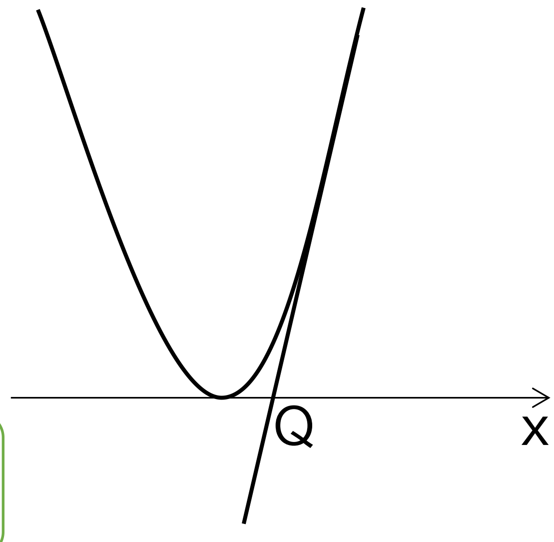
$0=(6a-6)x-3a^2+3$

$1<a<2$ より $a\fallingdotseq 1$ だから $6a-6\fallingdotseq 0$ なので

$x=\dfrac{3a^2-3}{6a-6}=\dfrac{3(a-1)(a+1)}{6(a-1)}=\dfrac{a+1}{2}$

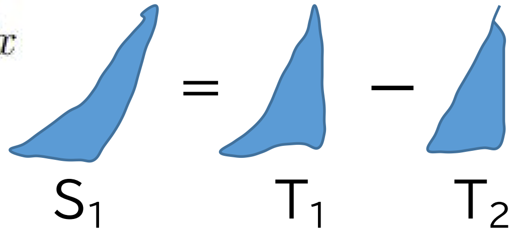
よって $\mathrm{Q}\left(\dfrac{a+1}{2},\ 0\right)$

記述式では文字で割るとき0でない確認が必要(マークでは重要でない)

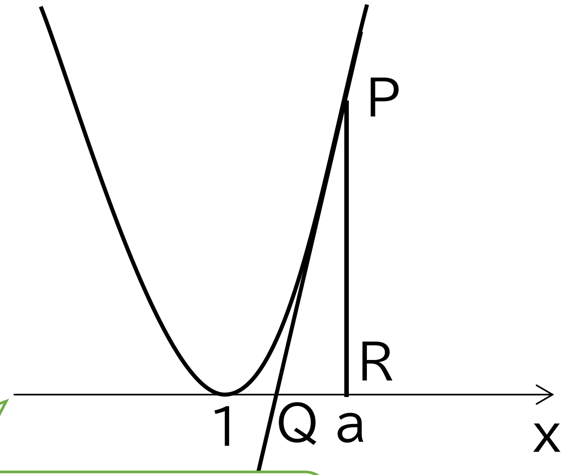


放物線 $y=3x^2-6x+3$ と直線 $x=a$，
x 軸で囲まれた部分の面積を T_1 とすると，

$$T_1=\int_1^a(3x^2-6x+3)dx$$
$$=\left[x^3-3x^2+3x\right]_1^a$$
$$=a^3-3a^2+3a-(1-3+3)$$
$$=(a-1)^3$$



と考える



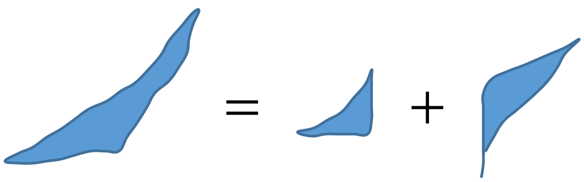
問題にとって不要なものは
描かない（今回はy軸）

点 P から x 軸に垂線を下ろしてその点を R とすると，R$(a,\ 0)$
三角形 PQR の面積を T_2 とすると，

$$T_2=\frac{1}{2}(3a^2-6a+3)\left(a-\frac{a+1}{2}\right)=\frac{3}{4}(a-1)^3$$
$$S_1=T_1-T_2=(a-1)^3-\frac{3}{4}(a-1)^3=\frac{1}{4}(a-1)^3$$

面積を求めるとき
必ず図を描く
面積は図が描けるかどうかで決まる（積分できるかどうかではない）

$$S_1=\int_1^a\{(3x^2-6x+3)-((6a-6)x-3a^2+3)\}dx$$
としないこと
図形の下の部分の関数が点 Q で変わるため



と考えて

$$\int_1^{\frac{a+1}{2}}(3x^2-6x+3)dx+\int_{\frac{a+1}{2}}^a\{(3x^2-6x+3)-((6a-6)x-3a^2+3)\}dx$$
でもよいが，計算が大変になる．

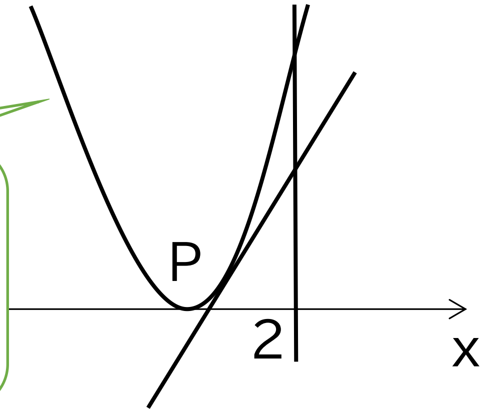
(3) $S_2 = \int_a^2 \{3x^2-6x+3-((6a-6)x-3a^2+3)\}dx$

$= \int_a^2 3(x-a)^2 dx$

$= \left[(x-a)^3\right]_a^2$

$= (2-a)^3$

図は面積ごとに描き直す
付け足していくと
ぐちゃぐちゃになって
わからなくなる



$\int (x-p)^2 dx = \frac{1}{3}(x-p)^3 + c$ (c は積分定数)
とくに放物線と接線で囲まれた部分の面積
を求めると必ずこの形が出る.
微積で高得点を目指す人は必須 (数 III でも出ます)

よって

微積で最大最小
①微分する
②増減表

$S = S_1 + S_2$

$= \frac{1}{4}(a-1)^3 + (2-a)^3$

$= -\frac{3}{4}a^3 + \frac{21}{4}a^2 - \frac{45}{4}a + \frac{31}{4}$

記述なら因数分解の方がいいが
マークならすぐ＝0とした方が
①間違いが少ない
→平方完成しないこと
②計算しやすい（分母を払える）

S’ で
よい

$\frac{dS}{da} = -\frac{9}{4}a^2 + \frac{21}{2}a - \frac{45}{4} = -\frac{3}{4}(3a-5)(a-3)$

$\frac{dS}{da} = 0$ とすると $1 < a < 2$ だから $a = \frac{5}{3}$

S の増減表は次のようになる

a	1	$\cdots$	$\frac{5}{3}$	$\cdots$	2
$\frac{dS}{da}$	/	$-$	0	$+$	/
S	/	↘	$\frac{1}{9}$	↗	/

表より $a = \frac{5}{3}$ のとき S は最小値 $\frac{1}{9}$ をとる

マークなら増減表はいらない
3次の係数の正負
極値と定義域だけで
グラフの概形がわかる