

# 解説

難しい問題ほど半角の公式を使いがち

## (1) 2倍角の公式

$$\begin{aligned}\cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= 2\cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 \theta \\ \sin 2\theta &= 2\sin \theta \cos \theta \\ \tan 2\theta &= \frac{2\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}\end{aligned}$$

## 半角の公式

$$\begin{aligned}\cos^2 \theta &= \frac{1 - \cos \theta}{2} \\ \sin^2 \theta &= \frac{1 + \cos \theta}{2} \\ \tan^2 \theta &= \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}\end{aligned}$$

この形(サインとコサインの角度が同じで足し算)は合成

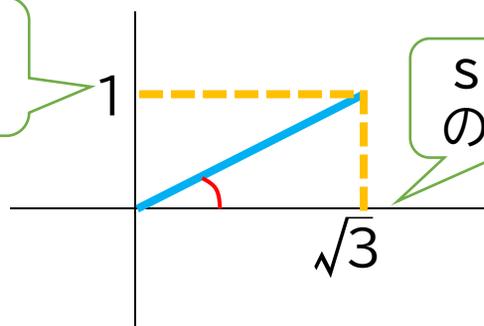
## (2)

$$t = \sqrt{3}\sin x + \cos x$$

$$= 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

COS X  
の係数

SIN X  
の係数



の長さ

とx軸の  
正の部分か  
なす角

三角関数の合成は図形  
で考えるとやりやすい

$$0 \leq x \leq \pi \text{ より}$$

$$\frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6}$$

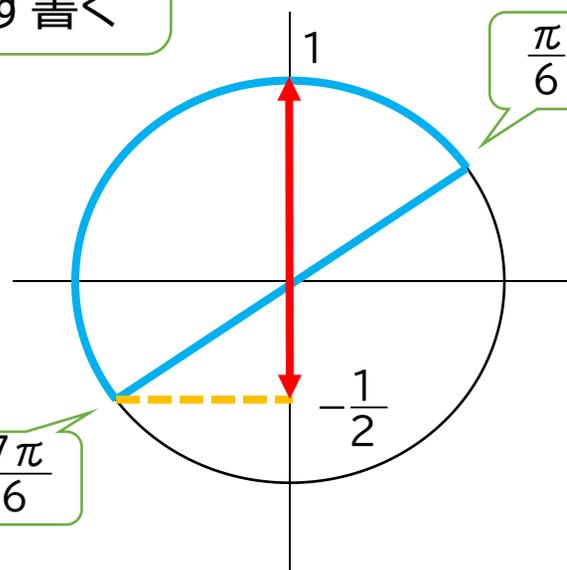
よって

$$-\frac{1}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

$$-1 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 2$$

$$-1 \leq t \leq 2$$

ここで単位円  
は必ず書く



与えられた角度の範囲から三角関数の  
値の範囲を求める一連の流れは  
超頻出

(3)  $t = \sqrt{3} \sin x + \cos x$  より

この形(サインとコサインの角度が同じで足し算)は両辺2乗も多い

$$\begin{aligned} t^2 &= 3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x \\ &= 3 \times \frac{1 - \cos 2x}{2} + \sqrt{3} \sin 2x + \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ &= -\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2 \end{aligned}$$



ハイレベルを目指す人は(1)のヒントがなくてもこの変形が思いつくように

よって  $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = t^2 - 2$  だから

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 2\sqrt{3} \sin x - 2 \cos x \\ &= \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 2(\sqrt{3} \sin x + \cos x) \\ &= t^2 - 2 - 2t \\ &= t^2 - 2t - 2 \end{aligned}$$

この1行があるとスムーズに計算しやすい

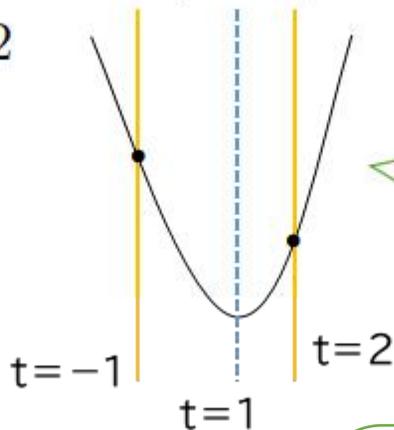
(4) (3) より  $y = t^2 - 2t - 2 = (t - 1)^2 - 3$

(1) より  $-1 \leq t \leq 2$

よってグラフより

最大値 1

最小値 -3 をとる



2次式の最大最小→平方完成(グラフをかく)  
定義域を忘れない

最大最小が分かればグラフは簡易的でよい

最小値をとるとき  $t = -1$

このとき  $t = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7}{6}\pi$  だから

$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$

$x = 0, \frac{2}{3}\pi$

よって大きいほうの  $x$  は  $\frac{2}{3}\pi$

- tからxを求めるときは
- ①  $t = \sqrt{3} \sin x + \cos x$  または
  - ②  $t = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- ②の方が求めやすい

ここで単位円は必ず書く

与えられた角度の範囲における三角関数の方程式・不等式の解き方の一連の流れは超頻出

